

Полёт шмеля

Когда Николай Андреевич Римский-Корсаков творил свой знаменитый «Полёт шмеля» для оперы «Сказка о царе Салтане», он даже не догадывался, какой литературный штамп он через некоторое время вбросит на мировой рынок. К чему только и в каких только смыслах не приклеивали этот ярлык... Стыдно, конечно, но я тоже им воспользуюсь в части описания полёта метательного снаряда по баллистической траектории. И вот почему: «шмель» по-английски будет **bumble-bee**, где **bee** — это «пчела», а **bumble** имеет значения «путаться; ошибаться; плохо справляться с чем-либо; делать что-либо неорганизованно, беспорядочно; кое-как справляться со своими делами». Такая вот плохо летающая «неправильная пчела» у англичан получается! Прямо как и предмет наших обсуждений — трепыхающаяся в полёте стрела.

Теперь перейдём к делу. Первый вопрос, который у меня возникает, связан с различиями между стрелами и болтами. Теоретическая фундаментальность их основана на представлении стрелы как планирующего объекта с хорошим аэродинамическим качеством, заметно изменяющим траекторию полёта, а болта — просто как разновидности тяжёлой пули, летящей «чисто конкретно» по баллистической траектории.

«Летят утки...»

Для анализа аэродинамики полёта метательного снаряда начнём с некоторых общепринятых определений, волевым усилием адаптировав их к нашему частному случаю полётов.

Полёт — продолжительный процесс относительного движения в атмосфере искусственного объекта тяжелее воздуха без твёрдой или жидкой опоры, осуществляющийся благодаря создаваемой подъёмной силе или по инерции за счёт энергии, сообщённой объекту перед началом полёта.

Аэродинамическое качество объекта — отношение величины подъёмной силы к силе лобового сопротивления в связанной с объектом системе координат (или отношение соответствующих коэффициентов) при данном угле атаки. Максимальное значение аэродинамического качества для объекта соответствует наивыгоднейшему углу атаки для осуществления планирования.

В более простом представлении аэродинамическое качество можно расценивать как расстояние, которое может пролететь объект с некоторой высоты при полном отсутствии влияния атмосферных явлений (ветра или дождя) и без сообщения ему энергии движения извне. Например, на планере качество обычно около 60, а на дельтаплане — 16. То есть с высоты в 1 километр спортивный планер сможет пролететь в идеальных условиях приблизительно 60÷70 км, а дельтаплан — всего 16. Для сравнения можно упомянуть разрабатываемый в РКК «Энергия» новый пилотируемый космический корабль «Клипер» (по прозвищу «утюг»), имеющий аэродинамическое качество на гиперзвуке 0,6÷1,8 (а на малых скоростях ведущий себя совершенно предсказуемо в соответствии с прозвищем), и «фару» возвращаемого аппарата корабля «Союз» — 0,25÷0,3.

Таким образом, аэродинамическое качество объекта стоит обсуждать только в том случае, если он хоть чуть-чуть отличается от чугунного ядра и способен планировать. Считается, что оперение и длинное тело стрелы всё же создают эффект планирования на типичных скоростях её полёта. Пуля же

и болт таким эффектом не обладают из-за отсутствия оперения и меньших размеров. А насколько же тогда велико аэродинамическое качество стрелы? Данных на эту тему я не нашёл, но могу предположить, что оно вряд ли сильно отличается от 1. Простейшее рассуждение: во сколько раз дальше полетит стрела по сравнению с болтом той же самой массы, будучи выпущенной из одного и того же лука (арбалета)? В 1,5÷2 раза? А ведь болт имеет аэродинамическое качество, близкое к нулю.

Здесь: <http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1198481> очень хорошо рассказано про баллистическую траекторию. Я же остановлюсь только на некоторых деталях, кажущихся мне важными.

Плюсом планирующих объектов (и метательных снарядов в том числе) является только некоторое увеличение дальности полёта. Зато серьёзным их минусом является **сильная зависимость от атмосферных явлений**, таких, как дождь или ветер, которые оказывают очень сильное влияние на траекторию полёта объекта.

Так что первый вывод напрашивается сам собой: если стреляем «на дальность расстояния», то имеет смысл возиться с планирующими свойствами стрелы. А если целью является точность поражения мишени на разумных расстояниях — порядка 50÷100, но никак не 300 метров, то планирование метательного снаряда скорее вредно, чем полезно. На таких практически значимых расстояниях вполне достойно и безо всякого дурного влияния со стороны атмосферных явлений летают и чисто баллистические объекты типа болта.

Лично меня последний вариант более чем устраивает. Пусть себе летает по чисто баллистической траектории, зато более предсказуемо.

Баллистическая траектория — траектория, по которой движется объект, обладающий некоторой начальной скоростью, под действием силы тяготения и силы аэродинамического сопротивления воздуха. Форма участков баллистической траектории объекта зависит от многих факторов, в первую очередь от его начальной скорости, формы и массы, а также от характера движения этого объекта вокруг его центра масс.

В связи с вышеизложенным возникает следующий вопрос: а за счёт чего можно максимально стабилизировать полёт метательного снаряда? Он ведь по разным причинам всё равно может отклоняться от заданной траектории.

«...и два гúся»

Для прояснения вопроса стабилизации метательного снаряда в полёте без рассмотрения аэродинамического сопротивления и анализа балансировки этого метательного снаряда не обойтись. Начнём с сил сопротивления.

Почему это важно? А потому, что сила аэродинамического (лобового) сопротивления не только тормозит снаряд в полёте, но и является единственной силой, способной при некоторых условиях его — этот самый полёт — стабилизировать.

Аэродинамическое (лобовое) сопротивление — сила, препятствующая движению объектов в атмосфере. Лобовое сопротивление складывается из двух типов сил: сил касательного трения, направленных вдоль поверхности объекта, и сил давления, направленных по нормали к его поверхности.

Силы сопротивления удобно разделить на три категории: паразитное сопротивление, индуктивное сопротивление и волновое сопротивление. Каждый тип характеризуется своим собственным безразмерным коэффициентом сопротивления и определённой зависимостью от скорости движения.

Паразитное сопротивление возникает в результате воздействия скоростного напора воздуха и сил трения на лобовые части и поверхности элементов конструкции, не участвующих в создании подъёмной силы. Сила сопротивления направлена против скорости движения, её величина пропорциональна площади поперечного сечения S , плотности среды ρ и квадрату скорости u :

$$F_d = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S$$

Индуктивное сопротивление — это побочный продукт образования подъёмной силы на крыле конечных размеров, выражающийся в образовании концевых вихря. На образование вихря тратится энергия движения, что приводит к появлению силы индуктивного сопротивления. Индуктивное сопротивление пропорционально квадрату подъёмной силы L , и обратно пропорционально плотности среды ρ , площади крыла S , его удлинению A и квадрату скорости u :

$$F_i = \frac{2 \cdot k \cdot L^2}{\pi \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot A}$$

Коэффициент k обычно находится в районе $1,05 \div 1,15$.

Волновое сопротивление является существенным при движении с около- и сверхзвуковой скоростью, и вызвано образованием ударной волны, уносящей значительную долю энергии движения. Волновое сопротивление начинает вносить ощутимый вклад со скоростей порядка $0,8M$ (где M — число Маха).

Суммарное лобовое сопротивление является суммой всех видов сил сопротивления. При движении с дозвуковой скоростью — а это как раз наш случай — наиболее существенны *паразитное* и (но только при наличии подъёмной силы!) *индуктивное* сопротивление. По поводу значимости величины подъёмной силы стрелы я позволю себе выразить некий скепсис — здравый смысл подсказывает, что она слишком мала для сколь-нибудь существенного влияния на величину индуктивной составляющей лобового сопротивления.

В общем случае, поскольку паразитное сопротивление пропорционально квадрату скорости, а индуктивное — обратно пропорционально квадрату скорости, то они имеют разное влияние на разных скоростях. А скорость, при которой обе силы сопротивления равны по величине, обеспечивает минимальное суммарное сопротивление. При этой скорости объект обладает наивысшим аэродинамическим качеством. Беда только в том, что к нашему случаю это отношения не имеет. У нас всё проще: в нашем случае аэродинамическое сопротивление пропорционально квадрату скорости.

Эта самая сила сопротивления прилагается к летящему метательному снаряду в точке, называемой *центром давления*.

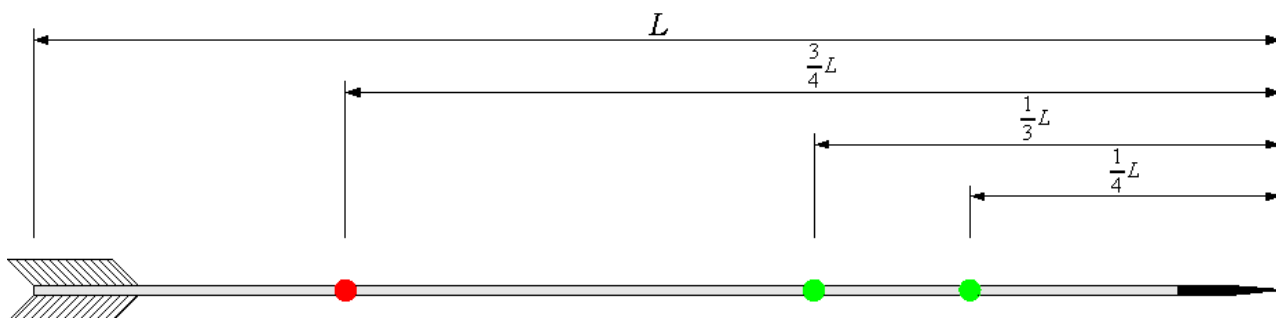
Центр давления — это точка тела, в которой пересекаются: линия действия равнодействующей сил давления на тело окружающей среды и некоторая плоскость, проведённая в теле. Положение этой точки зависит от формы тела, а у движущегося тела — ещё и от свойств окружающей среды и направления движения. Например, для тел вращения она определяется как точка пересечения аэродинамической силы с плоскостью симметрии тела, перпендикулярной к плоскости, проходящей через ось симметрии и вектор скорости центра тяжести тела.

Не помню, откуда именно я взял это определение, но звучит красиво. Такие фразы придают наукообразность изложению любого материала. В среде пишущей научно-инженерной братии это называется «подпустить икса». Автору немного стыдно, но на читающие массы это обычно производит благотворное впечатление.

Реальный смысл сказанного выше достаточно прост. На летящий метательный снаряд действуют 3 противоборствующие силы: сила, влекущая снаряд вперёд и приложенная к его центру масс, приложенная туда же сила тяжести, а также сила, влекущая снаряд назад (тормозящая его) и приложенная к его центру давления. При этом основная борьба разворачивается между первой («тянущей») и последней («тормозящей») силами. Для обеспечения устойчивости метательного снаряда **центр давления должен лежать позади центра масс** (смотря по направлению движения), причём величина восстанавливающего эффекта тем больше, чем больше площадь поверхности метательного снаряда и чем больше расстояние между центром масс и центром давления.

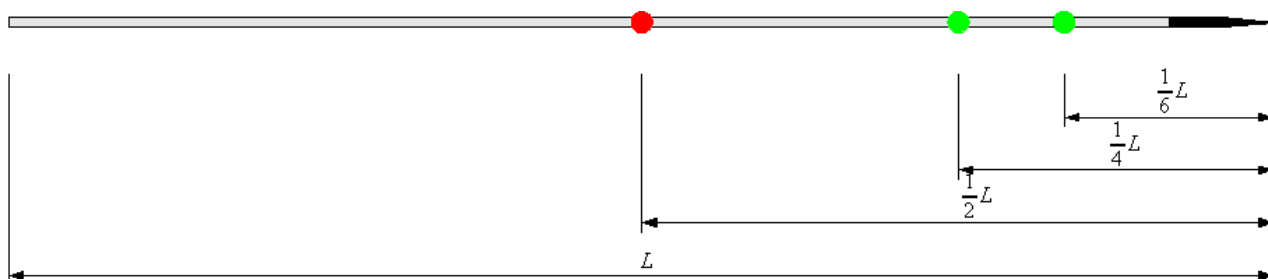
Обычно для неуправляемых невращающихся объектов **расстояние от носика до центра давления должно примерно в 2÷3 раза превышать расстояние от носика до центра масс**. Причём эта пропорция была получена эмпирически в разных странах абсолютно независимо и носит объективный характер (<http://www.rae.ru/zk/arj/2006/02/Korobeinikov.pdf>).

Если стрелу снабдить оперением, то центр давления будет сдвинут назад, и чем больше площадь оперения, тем дальше к хвостовику будет смещён центр давления. Таким образом, в случае неоперённой стрелы центр давления находится в своей крайней передней точке, совпадающей с геометрическим центром стрелы (по-простому — серединой). Иными словами, **в любом случае центр давления размещается на оси метательного снаряда где-то между его серединой и «кончиком хвоста»**.

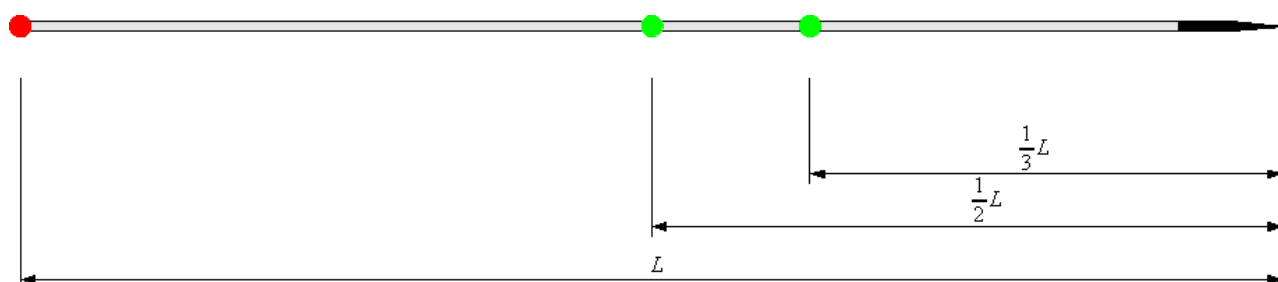


Если посмотреть на приведённый выше рисунок оперённой стрелы, на котором красной точкой обозначен центр давления, а зелёной — центр масс, то видно, что в случае размещения центра давления на расстоянии $3/4$ длины стрелы L от её носика (разумное предположение, исходя из баланса тормозящей и стабилизирующей функций оперения) центр масс в соответствии с вышеприведённым правилом должен будет находиться на расстоянии от $1/4$ до $1/3$ длины стрелы L от носика её наконечника.

Если же стрела не оперена, то центр давления смещается ровно в её середину. Тогда, как показано на нижнем рисунке, в соответствии с вышеприведённым правилом центр масс должен будет располагаться на расстоянии от $1/6$ до $1/4$ длины стрелы L от носика её наконечника.



Можно рассмотреть ещё один вариант, при котором центр давления расположен на самом конце метательного снаряда. Вариант почти чисто теоретический, поскольку для этого к снаряду должен быть прикреплен тормозной парашют. В этой ситуации центр масс должен будет располагаться на расстоянии от $1/2$ до $1/3$ длины стрелы L от носика её наконечника.



На практике бытуют разные правила размещения центра масс. Кто-то утверждает, что для сохранения равновесия в полёте центр тяжести стрелы должен быть на точке от $1/4$ до $1/3$ её длины, если считать от наконечника (теперь, глядя на вышеприведённые рисунки, понятно, откуда это правило). Кто-то утверждает, что центр масс, наоборот, должен быть не ближе $1/3$ длины стрелы от её носика (то есть, как видно из вышеприведённых рисунков, что «тормозной парашют» висит почти на самом «кончике хвоста» метательного снаряда). Специалисты компании **Easton** предлагают вообще анализировать не расположение центров давления и масс, а соотношение масс передней и задней половин стрелы — так называемое правило ФОС (front-of-center). Согласно этому правилу, например, для охотничьих стрел (а для других стрел я у них аналогичного правила не нашёл) передняя половина стрелы должна весить на $10\div 15\%$ больше задней. При этом чем ближе центр массы стрелы сдвинут к геометрическому центру стрелы, тем дальше будет лететь стрела, но точность уменьшится. Чем ближе центр масс к наконечнику — тем точнее выстрел, но меньше дальность полёта.

Интересно разобраться, откуда родилась эта рекомендация про 10÷15%? Попробую высказать смелое предположение. Если центр масс находится в геометрической середине стрелы, то обе половины стрелы весят одинаково. А поскольку центр давления у оперённой стрелы сильно сдвинут от середины в сторону оперения, то это допустимо. Правда, при этом подъёмные силы передней и задней части стрелы будут не совсем равны — задняя часть с оперением имеет большую площадь поверхности и потому будет «взлетать» сильнее. Рычаг стрелы (при угле атаки $\alpha > 0$) будет потихоньку поворачивать наконечник к земле до момента $\alpha = 0$. При отрицательном угле атаки $\alpha < 0$ рычаг стрелы по той же причине наоборот будет потихоньку задирает наконечник вверх и опять же до момента $\alpha = 0$. Следовательно, в случае центра масс, расположенного в геометрической середине стрелы, при перемещении его в полёте по баллистической траектории небольшие по величине аэродинамические силы будут стремиться сориентировать тело стрелы горизонтально в каждой точке траектории её полёта.

Дисбаланс на 10÷15% эквивалентен сдвигу центра масс от геометрического центра на 4,5÷6,5% длины стрелы в сторону наконечника, что естественным образом, хоть и ненамного, улучшает кучность стрельбы. Можно предположить, что это есть небольшое **дополнительное увеличение подъёмной силы задней части стрелы, улучшающее эффект горизонтальной ориентации тела стрелы** при движении её центра масс по баллистической траектории. Неопределённость в точной величине этого сдвига вызвана просто разным способом крепления оперения, разными его размерами и разным допустимым количеством перьев, то есть разной величиной подъёмной силы задней части у разных стрел. При этом понятно, что упомянутый выше эффект автоматической горизонтальной ориентации должен быть небольшим и плавным, чтобы не приводить к дополнительной «болтанке» стрелы в полёте. Поэтому и рекомендованные цифры достаточно малы: 10÷15%, а не 40÷50%.

Мне представляется, что разброс в цифрах (в 2÷3 раза, на 10÷15%) и некоторая неопределённость в методиках возникли из-за двух главных причин. Во-первых, у разных стрелков бывают разные задачи (спорт, охота, развлечение и т.п.), а во-вторых, практически невозможно точно рассчитать положение центра давления — слишком много разных факторов придётся учитывать. Гораздо проще немного поэкспериментировать и определить лучшую развесовку именно своих стрел и именно для своих нужд. Что, похоже, все и делают.

Мне лично более удобным кажется выделенное мною выше правило, при котором центр масс располагается от носика метательного снаряда на расстоянии в 2÷3 раза меньшем, чем центр давления. При этом понятно, что **чем больше расстояние между центром масс и центром давления, тем лучше стабилизирующее воздействие** на метательный снаряд со стороны силы аэродинамического сопротивления, момент которой в этом случае прикладывается к более длинному «рычагу». В этом случае — при большом расстоянии между центрами давления и масс, когда центр масс смещён ближе к носу — рыскание метательного снаряда по траектории полёта будет минимальным, а, значит, реальная траектория будет максимально приближена к теоретической и кучность стрельбы окажется максимальной.

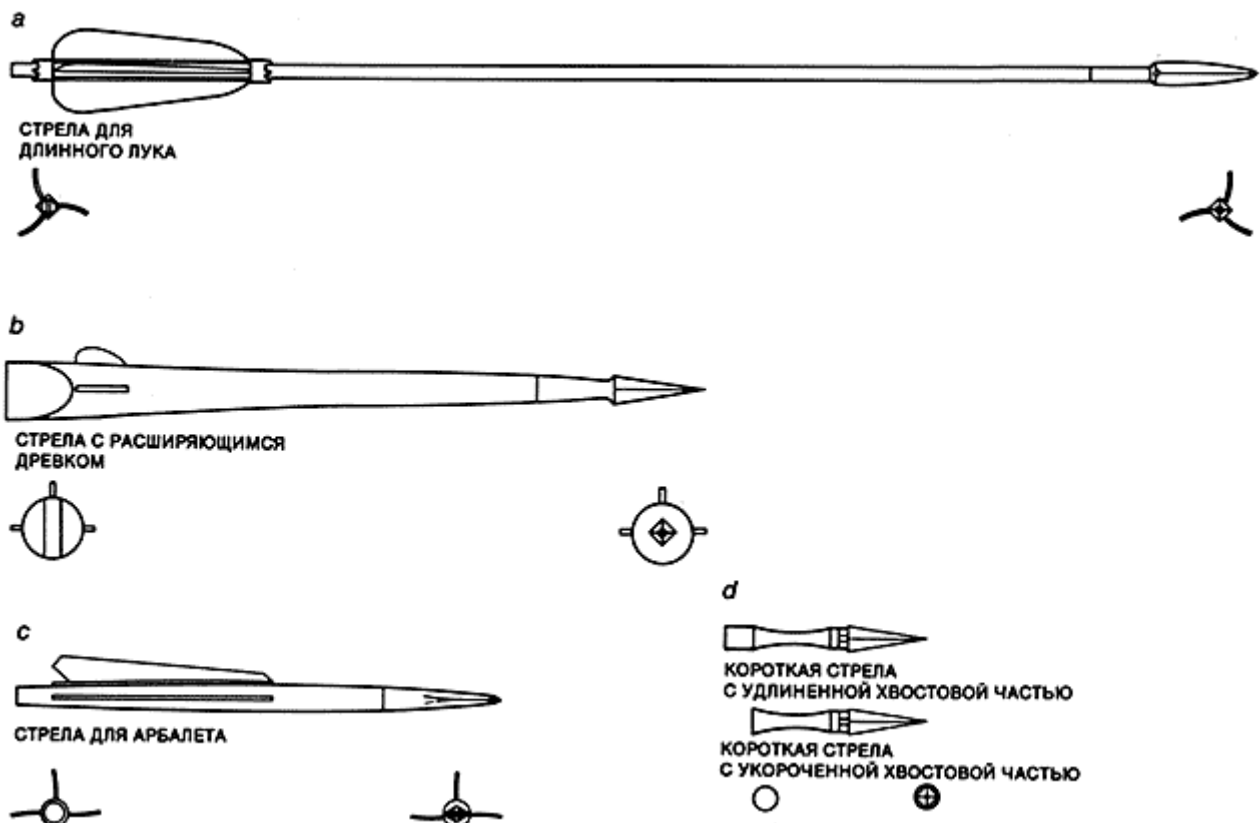
В противном случае — когда центр масс располагается подальше от носика и максимально близко к центру давления, вплоть до геометрического центра метательного снаряда — сокращается разница между длинами переднего и заднего плеч рычага баланса метательного снаряда (то есть между расстояниями от центра масс до «кончика носа» и «кончика хвоста» соответственно). Но ведь и аэродинамические подъёмные силы передней и задней половин метательного снаряда, сколь бы малы они не были, также пропорциональны соответствующим длинам плеч и, действуя на рычаг баланса метательного снаряда, приводят в этом случае к меньшей его разбалансировке, что, в свою очередь, замедляет процесс перехода

метательного снаряда в режим пикирования по баллистической траектории и тем самым увеличивает дальность полёта метательного снаряда. Происходит это, подчёркиваю, за счёт аэродинамических сил, пропорциональных, в частности, площади соответствующих «крыльев» (участков метательного снаряда, разделённых центром масс) и квадрату скорости полёта метательного снаряда. Сколь бы малы эти силы не были, действие их на сбалансированный рычаг всегда окажется заметным. Другой вопрос: а насколько это действие сильно? Исходя из соображений качественного характера могу только сказать, что при одинаковых начальных скоростях полёта у длинной стрелы с оперением этот эффект должен быть сильнее, чем у короткого и «голового» болта. Что и подтверждается обычно на практике.

Получается, что дальность полёта стрелы определяется не столько её исходно высоким аэродинамическим качеством, о чём говорилось выше, сколько **действием разности слабых аэродинамических сил на сбалансированный рычаг** стрелы в полёте, замедляющих процесс перехода стрелы в режим пикирования по баллистической траектории.

Ещё одно интересное соображение по поводу стабилизации метательного снаряда в полёте высказано в <http://vivovoco.rsl.ru/vv/journal/sciam/arbaleet/arbaleet.htm>, посвящённой исследованиям старых арбалетов и стрел.

На рисунке приведены изображения исследованных авторами стрел.



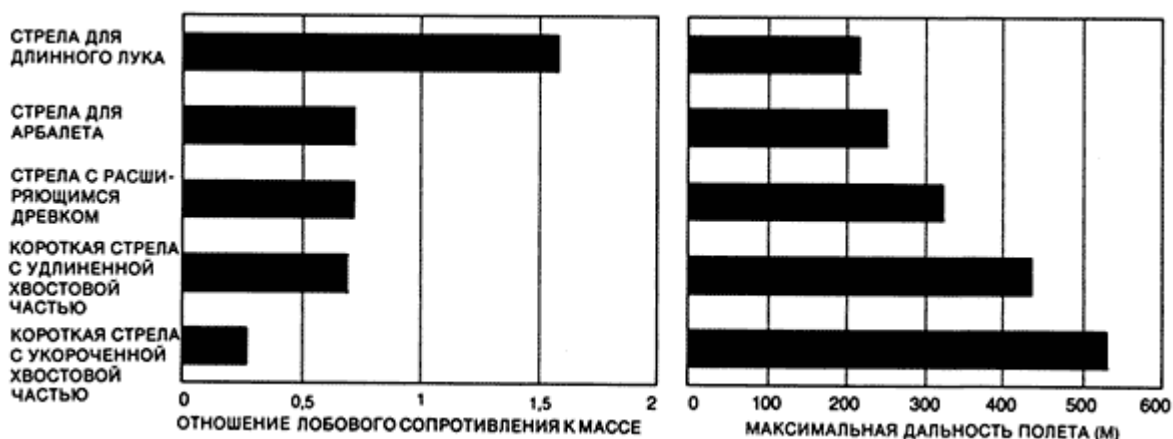
Цитирую: «Вместе с тем совершенствовалась и форма стрелы. Длинной стреле для лука было необходимо оперение, чтобы сделать полёт устойчивым и предотвратить отклонение стрелы. Но оперение ухудшает аэродинамические свойства стрелы, тормозит полёт. Стрелы для арбалета,

изготовленные ещё мастерами Древнего Рима, имели уменьшенное оперение. Его размеры не обеспечивали стабилизации полёта, но это было и не нужно — стрелы имели не цилиндрическую, а коническую форму, хвостовой конец стрелы был толще, что не давало ей отклоняться от траектории. Вдобавок это смещало центр тяжести к хвостовой части стрелы, что также повышало устойчивость полёта.

Другая дошедшая до наших времён конструкция арбалетной стрелы вообще не имеет оперения. Металлический наконечник составляет примерно треть её длины, далее идёт расширяющееся древко. Хвостовая часть древка имеет сужение — выемку для зажимного механизма. *Это сужение улучшает аэродинамическое качество стрелы, делает её более обтекаемой.* Общая длина стрелы — около 15 см. Сейчас известно, что **у поверхности более короткой стрелы возникает меньше воздушных завихрений, тормозящих полёт.** Мастера античности и средневековья не знали аэродинамики, стрелы для арбалетов они совершенствовали методом проб и ошибок, экспериментально подбирая наилучшую форму и положение центра тяжести. Тем не менее, века развития арбалета дали превосходный результат — при продувке дошедших до нас арбалетных стрел в аэродинамической трубе **оказалось, что их форма и балансировка почти идеальны**, они обеспечивают минимальное аэродинамическое сопротивление».

Массу же стрелы авторы этой статьи предлагают рассматривать как меру способности стрелы сохранять кинетическую энергию. Если бы все исследованные ими стрелы были запущены с одной и той же скоростью, то масса каждой из них определяла бы запас энергии стрелы в начальный момент. **Скорость же расходования энергии зависит от лобового (аэродинамического) сопротивления.** Малое значение отношения лобового сопротивления к массе означает вероятность того, что дальность полёта стрелы будет большой.

Ниже приведены результаты испытаний в аэродинамической трубе пяти типов стрел, изображённых на верхнем рисунке. Испытания проводились в лаборатории аэрокосмических исследований Университета Пардю. В расчётах принималось, что начальная скорость каждой стрелы составляла 80 м/с. Хотя такую скорость вряд ли имели стрелы для длинного лука, принятое значение было удобно для проведения сравнительного анализа.



Как видно из графиков, самой лучшей оказалась короткая неоперённая стрела с укороченной хвостовой частью.

Выводы, которые я сделал для себя после упорядочивания и осмысления собранных материалов этого раздела, следующие:

1. Я был прав, не придавая большого значения оперению.
2. Для дальности полёта и для кучности минимизация аэродинамического (лобового) сопротивления вкупе с тщательным выбором геометрии метательного снаряда, включая расположение его центров масс и давления, гораздо эффективнее попыток улучшить планирующие свойства метательного снаряда, то есть его аэродинамическое качество.

Однако, а чем же ещё можно стабилизировать положение метательного снаряда в полёте? Ну конечно же, гироскопическим эффектом, то есть его закручиванием вокруг собственной оси!

«И всё-таки она вертится!»

Вообще-то все стрелы в полёте крутятся, утверждают специалисты. По разным причинам: специально и непреднамеренно, иногда совсем чуть-чуть. Но всё-таки крутятся, и это идёт им только на пользу.

Известно, что при закручивании стрелы вдоль оси полёта с помощью оперения снижается относительная величина поперечного вращательного момента по отношению к продольному и полёт тем самым стабилизируется. На вращение стрелы в полёте влияют угол установки и степень изогнутости оперения, однако угол должен быть таким, чтобы не вызвать излишнего торможения метательного снаряда.

Вообще вращение снаряда (стрелы, пули) **изначально придумано для улучшения кучности стрельбы**. В огнестрельном оружии пуля начинает вращаться в канале ствола, а после выхода из него вращается по инерции. В луке канала ствола нет, поэтому для придания метательному снаряду вращения нужно или придать ему определённую форму (что считается делом чрезвычайно сложным) или расположить оперение так, чтобы набегающий поток воздуха начал бы этот самый метательный снаряд вращать. Но при этом **обязательно уменьшится дальность стрельбы**, ведь стрела будет иметь большее аэродинамическое сопротивление.

У пуль огнестрельного оружия перьев нет, так что незначительное увеличение её аэродинамического сопротивления за счёт повышенной шероховатости её боковой поверхности с нарезкой дальность полёта пули вряд ли уменьшит существенно. Что же касается скорости вращения пули в полёте, то, согласно общепринятой теории нарезного ствола (см., например: <http://sscicy.narod.ru/sniper/sniper9txt1.htm>), зная длину шага нарезов и дульную скорость пули, можно подсчитать число оборотов пули вокруг её оси в момент вылета из канала ствола по формуле:

$$N_{об} = \frac{V_d}{S_n}$$

где $N_{об}$ - число оборотов, V_d — дульная скорость пули, S_n — шаг нарезов.

Кучность боя ствола увеличивается с уменьшением шага нарезов и увеличением оборотов пули.

Если применить эти соображения к лучно-арбалетной стреле или болту, то организация достаточно быстрого вращения метательного снаряда вокруг

собственной оси действительно даст эффект стабилизации траектории полёта за счёт гироскопического эффекта. Как известно, этот эффект заключается в том, что при насильственном отклонении некоей внешней силой вращающегося вокруг некоторой оси объекта возникает прецессия этой самой оси вращения. Прецессия немедленно вызовет кориолисову силу, момент которой скомпенсирует момент внешней силы. И «всё вернётся на круги своя», то есть продольная ось метательного снаряда (вокруг которой он, собственно, и должен крутиться волчком) прекратит прецессировать и вернётся на изначальную траекторию.

Вот собственно, и всё. Осталось только сообразить, с какой скоростью нужно закручивать метательный снаряд и как лучше это сделать. На второй вопрос ответ достаточно ясен: ничего, кроме оперения, тут не предложишь. А вот с первым вопросом ясности нет. И вот почему.

Оценки скорости вращения пули в соответствии с рекомендациями http://www.ada.ru/guns/ballistic/BC/BC_calculator.htm привели к скоростям вращения порядка 3÷5 тысяч оборотов в секунду. Что-то подсказывает мне: многовато будет для стрелы-то! Всё-таки метательный снаряд в отличие от пули немного длиннее и как минимум за счёт этого (не говоря уже об оперении или иных конструктивных «тормозных парашютах») обеспечивает себе определённую стабилизацию в полёте. Вот у «братьев наших старших» — НАР и ПТУР — скорость вращения существенно меньше, всего несколько десятков оборотов в секунду.

Данных по скоростям вращения стрел я не нашёл, но могу их оценить, исходя из угла наклона оперения. Эквивалентный «шаг нарезки» стрелы $S_{нэ}$ можно рассчитать по формуле:

$$S_{нэ} = \frac{\pi \cdot D}{\operatorname{tg} \alpha}$$

где D — диаметр стрелы, а α — угол наклона оперения.

Для диаметра 7,14 мм (калибр 18XX) и угла наклона 1° эквивалентный «шаг нарезки» составит 1285 мм, что при скорости полёта стрелы 50 м/с обеспечивает её вращение со скоростью 39 об/с. При угле 2° «шаг нарезки» составит 642,3 мм, обеспечивая скорость вращения 78 об/с. При угле 5° «шаг нарезки» составит 256,4 мм, обеспечивая скорость вращения стрелы 195 оборотов в секунду. При скорости стрелы 70 м/с и тех же углах наклона оперения скорость вращения составит 55, 109 и 273 об/с соответственно.

Таким образом, вывод, который напрашивается из изложенного выше, таков: **для стабилизации метательного снаряда в полёте скорость его вращения вокруг продольной оси должна быть около 100÷300 об/с.** При скоростях вращения, меньших 50 об/с, стабилизирующего эффекта может и не хватить, а при скоростях вращения, превышающих 300 об/с, из-за повышения аэродинамического сопротивления может сократиться дальность полёта метательного снаряда.

Указанные выше граничные значения скорости вращения метательного снаряда (50 и 300 об/с) мне подсказала моя собственная интуиция. Не думаю, что строгие расчёты его инерционных и аэродинамических характеристик дадут существенно отличные от этих цифр результаты.

Попутно хочу заметить, что момент силы, восстанавливающей быстро вращающийся объект на первоначальную траекторию полёта, равен:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

где M — момент силы, I — момент инерции, а ε — угловое ускорение.

В свою очередь, момент инерции I для цилиндрического метательного снаряда равен:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$$

где m — масса снаряда, R — радиус снаряда (половина диаметра для круглого тела тонкой и длинной стрелы).

Для пуль, например, имеющих массу порядка $1 \div 10$ граммов, скорость вращения измеряется тысячами оборотов в секунду. Для стрел и болтов, имеющих на порядок большую массу — в диапазоне $10 \div 100$ граммов — скорость вращения, обеспечивающая их уверенную стабилизацию в полёте, естественно, на порядок ниже, поскольку момент силы прямо пропорционален моменту инерции метательного снаряда, который, в свою очередь, прямо пропорционален массе этого снаряда. Что косвенно подтверждает правильность сделанной оценки разумных скоростей вращения метательных снарядов.